

2026 年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数 学

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 3\}$, $N = \{x | x \geq 2\}$, 则 $M \cup N = ()$

A. $\{x | -1 < x \leq 2\}$

B. $\{x | 2 \leq x < 3\}$

C. $\{x | x \geq 2\}$

D. $\{x | x > -1\}$

2. 已知 $z_1 = 3 - 2i, z_2 = -5 + 4i$, 则 $|z_1 + z_2| = ()$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 3

3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{2}{3}x$, 则 a 的值为 $()$

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. 6

D. 9

4. 已知 $(a - \sqrt{x})^7$ 的展开式中, x^2 的系数是 280, 则 $a = ()$

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

5. 下列函数是奇函数, 且在定义域内单调递增的是 $()$

A. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

B. $f(x) = 2^{-x} - 2^x$

C. $f(x) = \sin x$

D. $f(x) = \ln \frac{5+x}{5-x}$

6. 已知向量 $\mathbf{a} = (-3, 0), |\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 1$, 则 $()$

A. $|b|_{\min} = 1$

B. $|b|_{\min} = 3$

C. $|b|_{\max} = 3$

D. $|b|_{\max} = 4$

7. 已知 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为无穷数列, 则“ $\exists M$, 使得 $a_n \leq M \leq b_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ”是“ $a_n \leq b_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. 将函数 $f(x) = \sin(x + \varphi) (0 < \varphi < 2\pi)$ 的图像向右平移 3φ 个单位长度后与 $f(x)$ 的图像关于 x 轴对称, 则 φ 的可能取值的个数为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

9. 2026年正值红军长征胜利90周年, 某学校安排高一、高二年级的学生去甲、乙两个革命根据地参观, 高一年级去参观的人数多于高二年级去参观的人数, 参观甲革命根据地的人数多于参观乙革命根据地的人数, 则 ()

A. 参观甲革命根据地高一年级的人数多于参观乙革命根据地的高一年级的人数

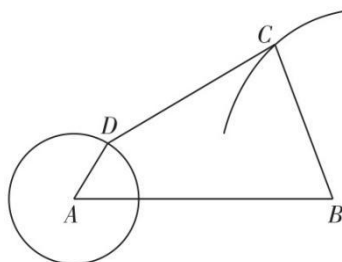
B. 参观甲革命根据地高一年级的人数多于参观乙革命根据地的高二年级的人数

C. 参观甲革命根据地高二年级的人数不多于参观乙革命根据地的高一年级的人数

D. 参观甲革命根据地高二年级的人数不多于参观乙革命根据地的高二年级的人数

10. 平面曲柄摇杆机构的简图如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, A, B 为定点, C, D 为动点,

$AB = 4, BC = \frac{5}{2}, CD = 3, DA = 1$, 则 $\cos \angle ABC$ 的取值范围为 ()



A. $[\frac{5}{16}, \frac{53}{80}]$

B. $[\frac{5}{16}, \frac{73}{80}]$

C. $[\frac{5}{12}, \frac{53}{80}]$

D. $[\frac{5}{12}, \frac{73}{80}]$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填在题中的横线上）

11. 已知直线 $ax + y = 0$ 与圆 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 相切，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，公差为 d ，前 n 项和为 S_n ，且 $S_6 = 6a_6 + 30$ ，则

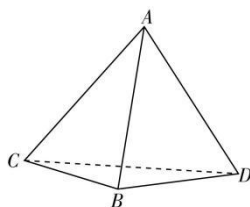
① $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

② 给出满足 $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ， $S_n \leq S_5$ 的一个 a_1 的取值： $\underline{\hspace{4cm}}$.

13. 在机器人语言信号处理中，构建声音频率从线性刻度到人耳感知刻度的转换模型为

$F(f) = k \lg(1 + \frac{f}{700})$ ($k > 0$)，且 $F(f) \in [k \lg 2, 3k \lg 2]$ ，则线性频率 f 的取值范围是 $\underline{\hspace{4cm}}$.

14. 在三棱锥 $A - BCD$ 中， $AB = AC = AD = 2\sqrt{2}$ ， $BC = BD = 2$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ，则三棱锥的表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 已知 $f(x) = |x^2 - \cos x - c^2|$ ，给出下列四个结论：

① $f(x)$ 在 $(-1, 1]$ 上有最小值和最大值；

② 若 $c = 0$ ，则 $f(x) = 1$ 有 3 个解；

③ 若 $c = 1$ ，则当 $x \in (1, 2]$ 时， $f(x)$ 有最大值；

④ 若 $c > 0$ ，则 $f(x)$ 的图像与直线 $y = c$ 有 4 个交点.

其中正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16. （13 分）已知函数 $f(x) = 2\sin \omega x \cos \varphi + 2\cos \omega x \sin \varphi$ ， $\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ， $f(x)$ 的最小正周期为 π ，且 $f(\frac{\pi}{4}) = 1$ ， $f(0) > 0$.

（1）求 ω ， φ 的值.

（2）求 $f(x)$ 的单调递减区间.

17. （13 分）现从全校学生中随机抽取 200 人统计数学成绩，成绩分组及对应人数如下：

成绩分组	[81,94)	[94,107)	[107,120)	[120,135)	[135,150]
------	---------	----------	-----------	-----------	-----------

人数	40	60	60	32	8
----	----	----	----	----	---

以频率估计概率，完成下列问题：

- (1) 从全校学生中随机抽取 1 人，求其成绩低于 120 分的概率；
- (2) 从全校学生中随机抽取 4 人，求其中 2 人成绩低于 94 分，另外 2 人成绩不低于 120 分的概率；
- (3) 对样本数据，每组取左端、右端、正中间数据代替，其方差分别为 $s_{左}^2, s_{右}^2, s_{中}^2$ ，比较 $s_{左}^2, s_{右}^2, s_{中}^2$ 的大小.

18. (14 分) 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $AB = AC = 2, \angle BAC = 90^\circ$, $AA_1 = \sqrt{2}$, E, D 分别为 A_1B_1, AC 的中点.

- (1) 求证: $DE // \text{平面 } BCC_1B_1$;
- (2) 点 P 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 内部一点, 且 $PE // B_1C_1$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使得点 P 的位置唯一确定.

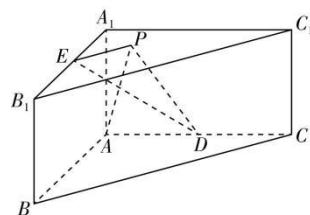
条件①: $PA = PD$;

条件②: $PA \perp BC$;

条件③: $BB_1 // \text{平面 } PDE$.

求平面 PAD 与平面 PDE 的夹角的余弦值.

注: 如果选择的条件不符合要求, 第 (2) 问得 0 分. 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.



19. (15 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 $(2, 0)$, 离心率为 $\frac{1}{2}$, 过 $A(1, 1)$ 作斜率为 $k (k \neq \pm 1)$ 的直线 l 交 E 于 B, C 两点, B 关于直线 $y = x$ 的对称点为 D , 连接 CD 与直线 $y = x$ 交于点 Q .

- (1) 求 E 的方程;
- (2) 若 $|S_{\triangle ABQ} - S_{\triangle ACQ}| = \frac{5}{8}$, 求 k .

20. (15 分) 已知曲线 $y = f(x) = x^2 + mx - 4e^{nx-1} (n \in \mathbf{Z})$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $4x + e^2y + e^2 + 8 = 0$.

- (1) 求 m, n ;
- (2) 求 $f(x)$ 的极值点个数;
- (3) 求直线 $y = kx - 1 (k > 0)$ 与曲线 $y = f(x)$ 的交点个数.

21. (15分) 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ 是一个 m 行 n 列的数阵, 且数阵中的每一项 $a_{ij} \in \{-1, 1\}$. 若

对任意 $1 \leq i, p \leq m, 1 \leq j, q \leq n$, 其中 $i \neq p, j \neq q$, 且 $||i - p| - |j - q|| = 2$, 都有 $a_{ij} + a_{iq} + a_{pj} + a_{pq} = 0$, 则称数阵 A 具有性质 P .

(1) 判断下列两个数阵是否具有性质 P : $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2) 在所有具有性质 P 的 5 行 4 列数阵中, 1 的个数最多是多少?

(3) 若 $m = n = 6, a_{11} = 1$, 且数阵 A 具有性质 P , 证明: 对任意 $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 都有 $a_{ij} = a_{i1}a_{1j}$.